

TÀI LIỆU ÔN LUYỆN TOÁN 10
CHƯƠNG I. MỆNH ĐỀ VÀ TẬP HỢP

BÀI 1. MỆNH ĐỀ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Mệnh đề và mệnh đề chứa biến

- **Mệnh đề** là một khẳng định có thể xác định được là đúng hoặc sai. Một mệnh đề không thể vừa đúng vừa sai.
- Câu hỏi, câu cảm thán, câu cầu khiến và câu chưa xác định được tính đúng sai không phải là mệnh đề.
- Một câu khẳng định có chứa biến mà tính đúng sai phụ thuộc vào giá trị của biến được gọi là **mệnh đề chứa biến**. Khi thay biến bằng một giá trị cụ thể phù hợp, ta nhận được một mệnh đề.

2. Mệnh đề phủ định

Với mệnh đề P , mệnh đề phủ định được kí hiệu là $\bar{P}$. Hai mệnh đề P và $\bar{P}$ có tính đúng sai trái ngược nhau.

Khi phủ định một mệnh đề đơn giản, thường thêm hoặc bớt từ “không”, “không phải” ở vị ngữ, đồng thời phải giữ đúng nghĩa logic của phát biểu.

3. Mệnh đề kéo theo và mệnh đề đảo

Mệnh đề “Nếu P thì Q ” được gọi là mệnh đề kéo theo, kí hiệu $P \Rightarrow Q$.

- P là **giả thiết**, Q là **kết luận**.
- P là **điều kiện đủ** để có Q .
- Q là **điều kiện cần** để có P .
- Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ chỉ sai trong trường hợp P đúng và Q sai.

Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ được gọi là **mệnh đề đảo** của $P \Rightarrow Q$. Mệnh đề đảo của một mệnh đề đúng không nhất thiết đúng.

4. Mệnh đề tương đương

Mệnh đề “ P nếu và chỉ nếu Q ” được gọi là mệnh đề tương đương, kí hiệu $P \Leftrightarrow Q$.

Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ đúng khi cả $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng. Khi đó, P là điều kiện cần và đủ để có Q .

5. Mệnh đề có chứa kí hiệu $\forall, \exists$

- $\forall$ đọc là “với mọi”.
- $\exists$ đọc là “tồn tại” hoặc “có ít nhất một”.

Phủ định:

$$\begin{aligned}\overline{\forall x \in X, P(x)} &\equiv \exists x \in X, \overline{P(x)}. \\ \overline{\exists x \in X, P(x)} &\equiv \forall x \in X, \overline{P(x)}.\end{aligned}$$

Sai lầm thường gặp: Khi phủ định mệnh đề có $\forall$ hoặc $\exists$, phải đồng thời đổi lượng từ và phủ định nội dung $P(x)$; không chỉ thêm chữ “không” vào đầu câu.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1. Nhận diện mệnh đề và xét tính đúng sai [NB/TH]

Dấu hiệu nhận biết: Đề yêu cầu xác định câu nào là mệnh đề, mệnh đề đúng/sai, hoặc phân biệt mệnh đề với câu hỏi/cảm thán/câu khiến/mệnh đề chứa biến.

Cách làm:

1. Kiểm tra câu có phải là một khẳng định hay không.
2. Nếu là khẳng định, kiểm tra có thể xác định dứt khoát đúng hoặc sai hay không.
3. Nếu có biến chưa được gán giá trị, xem đó là mệnh đề chứa biến chứ chưa phải mệnh đề.

Ví dụ mẫu. Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề? Nếu là mệnh đề, hãy xét tính đúng sai.

- a) “17 là số nguyên tố”.
- b) “ $x + 2 = 5$ ”.
- c) “Hãy mở sách trang 12!”.
- d) “ $2 + 3 = 6$ ”.

Hướng dẫn giải.

- a) “17 là số nguyên tố” là một khẳng định có thể xác định đúng sai. Vì 17 chỉ có hai ước dương là 1 và 17, đây là mệnh đề đúng.
- b) Câu “ $x + 2 = 5$ ” chứa biến x . Tính đúng sai phụ thuộc vào giá trị của x , nên đây là mệnh đề chứa biến, chưa phải là một mệnh đề khi x chưa được xác định.
- c) Đây là câu cầu khiến, không phải mệnh đề.
- d) Đây là một khẳng định và $2 + 3 = 5 \neq 6$, nên là mệnh đề sai.

Bài tập áp dụng

Bài 1.1 [NB]. Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề? Nếu là mệnh đề, xét tính đúng sai.

- a) “29 là số nguyên tố”.
- b) “Bạn đã học bài chưa?”.
- c) “ $3x + 1 = 7$ ”.
- d) “ $(-2)^2 = 4$ ”.

Bài 1.2 [TH]. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

- a) “0 là số dương”.
- b) “Hình vuông có bốn cạnh bằng nhau”.
- c) “ $\frac{1}{3}$ là số nguyên”.

d) “Mọi số tự nhiên chẵn đều chia hết cho 2”.

Bài 1.3 [TH]. Phân loại các câu sau thành: mệnh đề, mệnh đề chứa biến hoặc không phải mệnh đề.

- a) “ $2 + 5 = 7$ ”.
- b) “Thời tiết hôm nay đẹp quá!”.
- c) “ $x^2 \geq 0$ ”.
- d) “Hãy chứng minh $\sqrt{2}$ là số vô tỉ”.

Dạng 2. Mệnh đề chứa biến [NB/TH/VD]

Dấu hiệu nhận biết: Đề cho $P(x)$, $Q(n)$,... rồi yêu cầu thay giá trị vào biến, xét đúng sai hoặc tìm giá trị làm mệnh đề đúng/sai.

Cách làm: Thay đúng giá trị vào biểu thức hoặc phát biểu chứa biến, sau đó kiểm tra điều kiện thu được.

Ví dụ mẫu. Cho $P(n)$: “ $n + 3$ chia hết cho 4”, với $n \in \mathbb{N}$. Xét tính đúng sai của $P(1)$, $P(2)$ và $P(5)$.

Hướng dẫn giải.

- Với $n = 1$, ta có $1 + 3 = 4$, chia hết cho 4. Vậy $P(1)$ đúng.
- Với $n = 2$, ta có $2 + 3 = 5$, không chia hết cho 4. Vậy $P(2)$ sai.
- Với $n = 5$, ta có $5 + 3 = 8$, chia hết cho 4. Vậy $P(5)$ đúng.

Bài tập áp dụng

Bài 1.4 [NB]. Cho $P(x)$: “ $x^2 = 9$ ”, $x \in \mathbb{Z}$. Xét $P(3)$, $P(2)$, $P(-3)$.

Bài 1.5 [TH]. Cho $Q(n)$: “ $n + 1$ là số lẻ”, $n \in \mathbb{N}$. Xét $Q(4)$ và $Q(5)$.

Bài 1.6 [VD]. Cho $R(x)$: “ $2x + 1 > 7$ ”, $x \in \mathbb{R}$. Hãy tìm một giá trị của x để $R(x)$ đúng và một giá trị của x để $R(x)$ sai.

Dạng 3. Phủ định mệnh đề [NB/TH]

Dấu hiệu nhận biết: Đề yêu cầu phát biểu $\bar{P}$, hoặc xét quan hệ đúng sai giữa P và $\bar{P}$.

Cách làm: Phủ định chính xác vị ngữ. Với quan hệ so sánh, chú ý các cặp phủ định: $= \leftrightarrow \neq$, $> \leftrightarrow \leq$, $< \leftrightarrow \geq$.

Ví dụ mẫu. Phát biểu mệnh đề phủ định và xét tính đúng sai:

P : “15 là số nguyên tố”.

Hướng dẫn giải. Mệnh đề phủ định là $\bar{P}$: “15 không phải là số nguyên tố”. Vì $15 = 3 \cdot 5$, mệnh đề P sai. Do đó $\bar{P}$ đúng.

Bài tập áp dụng

Bài 1.7 [NB]. Phủ định mệnh đề: “Hình vuông là hình chữ nhật” và xét tính đúng sai của mệnh đề phủ định.

Bài 1.8 [TH]. Phủ định mệnh đề “ $10 < 3$ ” và xét tính đúng sai của hai mệnh đề.

Bài 1.9 [TH]. Phủ định mệnh đề “Phương trình $x^2 = 4$ có nghiệm” và xét tính đúng sai của mệnh đề phủ định.

Dạng 4. Mệnh đề kéo theo, đảo, tương đương; điều kiện cần và đủ [TH/VD/VDC]

Dấu hiệu nhận biết: Đề có cấu trúc “Nếu... thì...”, “điều kiện cần”, “điều kiện đủ”, “mệnh đề đảo”, “khi và chỉ khi”.

Cách làm:

1. Xác định rõ P và Q .
2. Viết $P \Rightarrow Q$ theo đúng thứ tự giả thiết $\rightarrow$ kết luận.
3. Mệnh đề đảo là $Q \Rightarrow P$.
4. Muốn khẳng định $P \Leftrightarrow Q$, phải kiểm tra cả hai chiều.

Ví dụ mẫu. Cho hai mệnh đề:

P : “Tứ giác $ABCD$ là hình vuông”;

Q : “Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật”.

Hãy phát biểu $P \Rightarrow Q$, mệnh đề đảo và nêu quan hệ điều kiện cần/đủ.

Hướng dẫn giải.

Mệnh đề $P \Rightarrow Q$: “Nếu tứ giác $ABCD$ là hình vuông thì $ABCD$ là hình chữ nhật”. Mệnh đề này đúng vì hình vuông là một trường hợp đặc biệt của hình chữ nhật.

Mệnh đề đảo $Q \Rightarrow P$: “Nếu tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật thì $ABCD$ là hình vuông”. Mệnh đề này sai, vì một hình chữ nhật có hai cạnh kề khác nhau không phải hình vuông.

Do đó, “ $ABCD$ là hình vuông” là điều kiện đủ để “ $ABCD$ là hình chữ nhật”; còn “ $ABCD$ là hình chữ nhật” là điều kiện cần để “ $ABCD$ là hình vuông”. Hai mệnh đề P và Q không tương đương.

Bài tập áp dụng

Bài 1.10 [TH]. Với $n \in \mathbb{N}$, cho P : “ n chia hết cho 6”, Q : “ n chia hết cho 3”. Phát biểu $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$, rồi xét tính đúng sai.

Bài 1.11 [VD]. Cho P : “Tam giác ABC là tam giác đều”, Q : “Tam giác ABC có ba góc bằng nhau”. Hãy phát biểu $P \Leftrightarrow Q$ và xét tính đúng sai.

Bài 1.12 [VD]. Diễn đạt mệnh đề “Nếu một số tự nhiên chia hết cho 10 thì số đó chia hết cho 5” bằng ngôn ngữ điều kiện đủ và điều kiện cần.

Bài 1.13 [VDC]. Cho P : “ n chia hết cho 12”; Q : “ n chia hết cho 3 và 4”, với $n \in \mathbb{N}$. Xét mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ và giải thích.

Dạng 5. Mệnh đề có $\forall, \exists$ và phủ định [TH/VD]

Dấu hiệu nhận biết: Đề có các cụm “mọi”, “với mọi”, “có”, “tồn tại”, “có ít nhất một” hoặc trực tiếp dùng $\forall, \exists$.

Cách làm:

- Đổi “với mọi” thành “tồn tại” khi phủ định và ngược lại.
- Phủ định đồng thời nội dung phía sau lượng từ.

Ví dụ mẫu. Xét hai mệnh đề:

P : “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$ ”.

Q : “ $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 = 2$ ”.

Hãy viết phủ định và xét tính đúng sai.

Hướng dẫn giải.

Với P , vì $x^2 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$, nên $x^2 + 1 \geq 1 > 0$. Do đó P đúng. Phủ định của P là

$$\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \leq 0,$$

mệnh đề này sai.

Với Q , không có số tự nhiên nào có bình phương bằng 2, nên Q sai. Phủ định của Q là

$$\forall n \in \mathbb{N}, n^2 \neq 2,$$

mệnh đề này đúng.

Bài tập áp dụng

Bài 1.14 [TH]. Dùng kí hiệu $\forall$ hoặc $\exists$ để viết mệnh đề “Bình phương của mọi số thực đều không âm”; xét tính đúng sai và viết mệnh đề phủ định.

Bài 1.15 [TH]. Viết mệnh đề phủ định của “ $\exists n \in \mathbb{N}, n + 2 = 0$ ” và xét tính đúng sai của mệnh đề ban đầu.

Bài 1.16 [VD]. Xét tính đúng sai và viết phủ định của mệnh đề “ $\forall x \in \mathbb{R}, x + 1 > x$ ”.

Bài 1.17 [VD]. Xét tính đúng sai và viết phủ định của mệnh đề “ $\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 = 16$ ”.

C. TRẮC NGHIỆM Củng cố Bài 1

Câu 1. Câu nào sau đây là mệnh đề?

- | | |
|--------------------------|------------------------|
| A. Hãy học bài chăm chỉ! | B. 11 là số nguyên tố. |
| C. Bạn đang làm gì? | D. $x + 1 = 3$. |

Câu 2. Mệnh đề phủ định của “ $7 > 2$ ” là

- | | |
|-----------------|--------------|
| A. $7 \leq 2$. | B. $7 < 2$. |
|-----------------|--------------|

C. $7 \geq 2$.

D. $7 \neq 2$.

Câu 3. Cho P : “ n chia hết cho 8”, Q : “ n chia hết cho 4”. Mệnh đề nào đúng với mọi $n \in \mathbb{N}$?

A. $Q \Rightarrow P$.

B. $P \Leftrightarrow Q$.

C. $P \Rightarrow Q$.

D. $\bar{P} \Rightarrow \bar{Q}$.

Câu 4. Phủ định của mệnh đề “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$ ” là

A. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$.

B. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$.

C. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 0$.

D. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$.

Câu 5. Mệnh đề “Nếu tam giác ABC đều thì tam giác ABC cân” cho biết

A. Tam giác cân là điều kiện đủ để tam giác đều.

B. Tam giác đều là điều kiện đủ để tam giác cân.

C. Hai điều kiện tương đương.

D. Tam giác đều là điều kiện cần để tam giác cân.

Câu 6. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề chứa biến?

A. 2 là số nguyên tố.

B. 9 là số chính phương.

C. $x^2 = 25$.

D. $3 + 4 = 7$.

Câu 7. Cho P : “ $ABCD$ là hình vuông”, Q : “ $ABCD$ có bốn cạnh bằng nhau”. Mệnh đề $P \Rightarrow Q$

A. đúng.

B. sai.

C. không xác định.

D. chỉ đúng khi $ABCD$ là hình thoi.

Câu 8. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$.

B. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 0$.

C. $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 = 3$.

D. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$.

BÀI 2. TẬP HỢP VÀ CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Tập hợp, phần tử và tập rỗng

Một tập hợp có thể được mô tả bằng hai cách quen thuộc:

- Liệt kê các phần tử của tập hợp.
- Chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp.

Nếu a là phần tử của tập A , viết $a \in A$; nếu a không là phần tử của A , viết $a \notin A$.

Tập hợp không chứa phần tử nào gọi là **tập rỗng**, kí hiệu $\emptyset$.

2. Tập con và hai tập hợp bằng nhau

Nếu mọi phần tử của A đều thuộc B thì A là một tập con của B , kí hiệu $A \subset B$.

Hai tập hợp A và B bằng nhau khi chúng có cùng các phần tử, kí hiệu $A = B$.

3. Một số tập con thường dùng của $\mathbb{R}$

Với $a < b$:

- Khoảng: $(a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$.
- Khoảng vô hạn: $(-\infty; b)$, $(a; +\infty)$.
- Đoạn: $[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$.
- Nửa khoảng: $[a; b)$, $(a; b]$, $(-\infty; b]$, $[a; +\infty)$.

Lưu ý: $-\infty$ và $+\infty$ không phải là số thực nên luôn đi với dấu ngoặc tròn.

4. Các phép toán trên tập hợp

- **Giao:** $A \cap B$ gồm các phần tử thuộc cả A và B .
- **Hợp:** $A \cup B$ gồm các phần tử thuộc A hoặc thuộc B .
- **Hiệu:** $A \setminus B$ gồm các phần tử thuộc A nhưng không thuộc B .
- Nếu $B \subset A$, phần bù của B trong A kí hiệu $C_A B$ và $C_A B = A \setminus B$.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1. Xác định tập hợp, liệt kê phần tử [NB/TH]

Dấu hiệu nhận biết: Tập hợp được cho bằng tính chất đặc trưng hoặc bằng phương trình/điều kiện đơn giản; yêu cầu chuyển sang liệt kê và ngược lại.

Ví dụ mẫu. Cho

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq x < 3\}.$$

Liệt kê các phần tử của A .

Hướng dẫn giải. Các số nguyên thỏa mãn $-2 \leq x < 3$ là $-2, -1, 0, 1, 2$. Do đó

$$A = \{-2; -1; 0; 1; 2\}.$$

Bài tập áp dụng

Bài 2.1 [NB]. Liệt kê tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ là ước dương của } 12\}$.

Bài 2.2 [NB]. Liệt kê $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x \leq 2\}$.

Bài 2.3 [TH]. Liệt kê $C = \{x \in \mathbb{R} \mid (x - 2)(x + 1) = 0\}$.

Bài 2.4 [TH]. Xác định tập $D = \{x \in \mathbb{N} \mid x + 1 = x\}$.

Dạng 2. Tập con và hai tập hợp bằng nhau [NB/TH/VD]

Dấu hiệu nhận biết: Yêu cầu kiểm tra $A \subset B$, tìm tập con, chứng minh hai tập bằng nhau hoặc nhận biết cùng một tập được viết theo hai cách.

Ví dụ mẫu. Cho $A = \{1; 2; 3\}$ và $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 3\}$. So sánh A và B .

Hướng dẫn giải. Các số tự nhiên thỏa mãn $1 \leq x \leq 3$ là $1, 2, 3$, nên $B = \{1; 2; 3\} = A$. Do đó $A = B$.

Bài tập áp dụng

Bài 2.5 [NB]. Cho $A = \{a; b; c\}$. Trong các tập $\{a; c\}$, $\{a; d\}$ và $\emptyset$, tập nào là tập con của A ?

Bài 2.6 [TH]. Cho $A = \{-1; 1\}$ và $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = 1\}$. Chứng minh $A = B$.

Bài 2.7 [VD]. Cho $A = \{1; 2; 3; 4\}$ và $B = \{2; 4\}$. Hãy nêu tất cả các tập con của A có đúng hai phần tử và chứa B .

Dạng 3. Khoảng, đoạn, nửa khoảng [NB/TH]

Dấu hiệu nhận biết: Đề cho bất đẳng thức một biến và yêu cầu viết bằng kí hiệu khoảng/đoạn hoặc ngược lại.

Ví dụ mẫu. Viết tập $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 2\}$ bằng kí hiệu khoảng, đoạn.

Hướng dẫn giải. Điều kiện $-3 < x$ loại điểm -3 , còn $x \leq 2$ nhận điểm 2 . Vì vậy

$$A = (-3; 2].$$

Bài tập áp dụng

Bài 2.8 [NB]. Viết bằng kí hiệu khoảng/đoạn: $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 3\}$.

Bài 2.9 [NB]. Viết bằng kí hiệu khoảng/đoạn: $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 1\}$.

Bài 2.10 [TH]. Viết điều kiện của x tương ứng với tập $[-2; 5)$.

Dạng 4. Hợp, giao, hiệu trên tập hữu hạn [TH/VD]

Dấu hiệu nhận biết: Hai tập được liệt kê rõ phần tử và đề yêu cầu $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$ hoặc phần bù.

Ví dụ mẫu. Cho $A = \{-2; 0; 2; 4\}$, $B = \{0; 1; 2; 3\}$. Tìm $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.

Hướng dẫn giải.

- Hợp gồm mọi phần tử xuất hiện trong ít nhất một tập:

$$A \cup B = \{-2; 0; 1; 2; 3; 4\}.$$

- Giao gồm các phần tử chung:

$$A \cap B = \{0; 2\}.$$

- Hiệu $A \setminus B$ gồm các phần tử thuộc A nhưng không thuộc B :

$$A \setminus B = \{-2; 4\}.$$

- Tương tự:

$$B \setminus A = \{1; 3\}.$$

Bài tập áp dụng

Bài 2.11 [TH]. Cho $A = \{1; 2; 4; 6\}$, $B = \{2; 3; 4; 5\}$. Tìm bốn tập $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.

Bài 2.12 [TH]. Cho $A = \{a; b; c; d\}$, $B = \{b; d\}$. Tìm $C_A B$.

Bài 2.13 [VD]. Cho $U = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$ và $A = \{2; 4; 6; 8\}$. Tìm $C_U A$.

Dạng 5. Phép toán với khoảng, đoạn, nửa khoảng [TH/VD/VDC]

Dấu hiệu nhận biết: Các tập con của $\mathbb{R}$ được cho dưới dạng khoảng/đoạn; cần xác định vùng chung, vùng gộp hoặc phần chỉ thuộc một tập.

Cách làm: Nên biểu diễn sơ bộ trên trục số, chú ý trạng thái lấy/bỏ tại các đầu mút.

Ví dụ mẫu. Cho $A = [-2; 3)$, $B = (1; 5]$. Tìm $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.

Hướng dẫn giải.

Hai tập cùng chứa các số lớn hơn 1 và nhỏ hơn 3, nên

$$A \cap B = (1; 3).$$

Hai khoảng nối liền nhau từ -2 đến 5 , nhận cả -2 và 5 , nên

$$A \cup B = [-2; 5].$$

Trong A , các số không thuộc B là từ -2 đến 1 , nhận cả hai đầu mút -2 và 1 :

$$A \setminus B = [-2; 1].$$

Trong B , các số không thuộc A là từ 3 đến 5 , nhận cả 3 và 5 :

$$B \setminus A = [3; 5].$$

Bài tập áp dụng

Bài 2.14 [TH]. Cho $A = (-\infty; 2]$, $B = [-1; 4)$. Tìm $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.

Bài 2.15 [VD]. Cho $A = (-3; 1]$, $B = [1; 4]$. Tìm bốn phép toán như Bài 2.14.

Bài 2.16 [VD]. Cho $A = [0; +\infty)$, $B = (-\infty; 2)$. Tìm $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.

Bài 2.17 [VDC]. Tìm tập X biết $X \cap [-1; 4] = [1; 4]$ và $X \subset [1; +\infty)$. Hãy nêu một tập X đơn giản thỏa mãn và kiểm tra lại.

Dạng 6. Biểu đồ Ven và bài toán thực tế về số phần tử [TH/VD/VDC]

Dấu hiệu nhận biết: Đề cho số người/vật thuộc hai nhóm, số thuộc cả hai nhóm; yêu cầu tìm số chỉ thuộc một nhóm, thuộc ít nhất một nhóm hoặc không thuộc nhóm nào.

Ví dụ mẫu. Một lớp có 40 học sinh. Có 26 học sinh tham gia Câu lạc bộ Toán, 18 học sinh tham gia Câu lạc bộ Khoa học và 9 học sinh tham gia cả hai câu lạc bộ. Hỏi có bao nhiêu học sinh:

- chỉ tham gia Câu lạc bộ Toán;
- chỉ tham gia Câu lạc bộ Khoa học;
- tham gia ít nhất một trong hai câu lạc bộ;
- không tham gia câu lạc bộ nào trong hai câu lạc bộ trên?

Hướng dẫn giải.

Số học sinh chỉ tham gia Câu lạc bộ Toán là

$$26 - 9 = 17.$$

Số học sinh chỉ tham gia Câu lạc bộ Khoa học là

$$18 - 9 = 9.$$

Số học sinh tham gia ít nhất một câu lạc bộ là

$$17 + 9 + 9 = 35.$$

Số học sinh không tham gia câu lạc bộ nào là

$$40 - 35 = 5.$$

Vậy các kết quả lần lượt là 17, 9, 35, 5 học sinh.

Bài tập áp dụng

Bài 2.18 [TH]. Một khối có 45 học sinh: 30 em tham gia Câu lạc bộ Tiếng Anh, 24 em tham gia Câu lạc bộ Toán và 15 em tham gia cả hai. Tính số học sinh chỉ tham gia từng câu lạc bộ, tham gia ít nhất một câu lạc bộ và không tham gia câu lạc bộ nào.

Bài 2.19 [VD]. Có 50 học sinh, 32 em thích bóng đá, 28 em thích cầu lông và mọi học sinh đều thích ít nhất một trong hai môn. Tính số học sinh thích cả hai môn và số học sinh chỉ thích từng môn.

Bài 2.20 [VD]. Khảo sát 60 học sinh về hai công cụ AI hỗ trợ học tập: có 35 em từng dùng công cụ A, 28 em từng dùng công cụ B, 18 em từng dùng cả hai. Tính số học sinh dùng ít nhất một công cụ và số học sinh chưa dùng công cụ nào trong hai công cụ trên.

Bài 2.21 [VDC]. Một lớp có 48 học sinh. Có 29 học sinh tham gia hoạt động A, 12 học sinh tham gia cả A và B, và 7 học sinh không tham gia hoạt động nào. Hỏi có bao nhiêu học sinh tham gia hoạt động B?

Dạng 7. Bài toán tham số với tập con, giao rỗng và giao một phần tử [VD/VDC/HSG]

Dấu hiệu nhận biết: Một hoặc hai tập phụ thuộc tham số m ; đề yêu cầu quan hệ tập con, giao rỗng, giao đúng một phần tử hoặc hợp phủ toàn bộ $\mathbb{R}$.

Cách làm: Chuyển các tập về khoảng/đoạn; so sánh hai đầu mút. Với điều kiện “giao đúng một phần tử”, thường xét trường hợp hai đầu mút vừa chạm nhau.

Ví dụ mẫu. Cho $A = [1; 4]$ và $B_m = [m; m + 2]$. Tìm tất cả $m \in \mathbb{R}$ để $B_m \subset A$.

Hướng dẫn giải. Điều kiện $B_m \subset A$ tương đương với việc đầu trái của B_m không nhỏ hơn 1 và đầu phải không lớn hơn 4:

$$m \geq 1 \text{ và } m + 2 \leq 4.$$

Suy ra $1 \leq m \leq 2$. Vậy $m \in [1; 2]$.

Bài tập áp dụng

Bài 2.22 [VD]. Cho $A = (2; +\infty)$, $B_m = (m; +\infty)$. Tìm m để $B_m \subset A$.

Bài 2.23 [VD]. Cho $A = [-1; 7]$, $B_m = (m - 1; m + 5)$. Tìm m để $B_m \subset A$.

Bài 2.24 [VDC]. Cho $A_m = [m; m + 2]$, $B = [1; 3]$. Tìm m để $A_m \cap B$ có đúng một phần tử và xác định phần tử đó.

Bài 2.25 [HSG]. Cho $A = (-\infty; m + 1)$, $B = [3; +\infty)$. Tìm m để: a) $A \cup B = \mathbb{R}$; b) $A \cap B$ chứa đúng 5 số nguyên.

C. TRẮC NGHIỆM Củng cố Bài 2

Câu 1. Kí hiệu nào sau đây viết đúng mệnh đề “3 là một số tự nhiên”?

A. $3 \subset \mathbb{N}$

B. $3 \in \mathbb{N}$

C. $\{3\} \in \mathbb{N}$

D. $3 = \mathbb{N}$

Câu 2. Cho $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 5\}$. Tập A bằng

A. $\{0; 1; 2; 3; 4\}$

B. $\{1; 2; 3; 4\}$

C. $[0; 5)$

D. $\{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$

Câu 3. Trong các tập hợp sau, tập hợp nào là tập rỗng?

A. $\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = 4\}$

B. $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 1 = 0\}$

C. $\{x \in \mathbb{N} \mid x < 1\}$

D. $\{x \in \mathbb{Z} \mid x = 0\}$

Câu 4. Cho $X = \{a; b; c\}$. Số tập con của X là

A. 4

B. 6

C. 8

D. 9

Câu 5. Cho $A = \{0; 2; 4; 6\}$. Số tập con gồm đúng hai phần tử của A là

A. 4

B. 6

C. 8

D. 12

Câu 16. Cho $A = [-3; 2]$, $B = (0; 4)$. Tập $A \setminus B$ bằng

A. $[-3; 0)$

B. $[-3; 0]$

C. $(0; 2]$

D. $[2; 4)$

Câu 17. Cho hai tập hợp A, B thỏa mãn $A \subset B$. Khẳng định nào luôn đúng?

A. $A \cup B = A$

B. $B \setminus A = \emptyset$

C. $A \cap B = A$

D. $A \cap B = \emptyset$

Câu 18. Cho $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq x \leq 3\}$ và $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ là số chẵn}\}$. Số phần tử của $A \cap B$ là

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

Câu 19. Một lớp có 35 học sinh; 20 em thích môn Toán, 18 em thích môn Tiếng Anh và 8 em thích cả hai môn. Số học sinh thích ít nhất một trong hai môn là

A. 28

B. 35

C. 38

D. 30

Câu 20. Một lớp có 40 học sinh; 24 em tham gia câu lạc bộ A, 21 em tham gia câu lạc bộ B và 10 em tham gia cả hai. Số học sinh không tham gia câu lạc bộ nào trong hai câu lạc bộ là

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

ĐỀ TỔNG ÔN CHƯƠNG I - MỆNH ĐỀ VÀ TẬP HỢP

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (3,0 điểm)

Trả lời từ Câu 1 đến Câu 12. Mỗi câu chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Câu nào sau đây không phải là mệnh đề?

- | | |
|---------------------------------|--------------------------|
| A. 13 là số nguyên tố. | B. Hãy đóng cửa lớp học! |
| C. Hình vuông là hình chữ nhật. | D. $5 + 7 = 12$. |

Câu 2. Mệnh đề phủ định của “ $3 < 8$ ” là

- | | |
|-----------------|-----------------|
| A. $3 \geq 8$. | B. $3 > 8$. |
| C. $3 \leq 8$. | D. $3 \neq 8$. |

Câu 3. Cho P : “ n chia hết cho 10”, Q : “ n chia hết cho 5”. Khẳng định đúng là

- | | |
|------------------------------------|-------------------------------------|
| A. Q là điều kiện đủ để có P . | B. P là điều kiện cần để có Q . |
| C. P là điều kiện đủ để có Q . | D. $P \Leftrightarrow Q$. |

Câu 4. Phủ định của “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 = 0$ ” là

- | | |
|---|---|
| A. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \neq 0$. | B. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \neq 0$. |
| C. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 = 0$. | D. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$. |

Câu 5. Mệnh đề nào đúng?

- | | |
|---|---|
| A. Nếu một tứ giác là hình vuông thì tứ giác đó là hình chữ nhật. | B. Nếu một tứ giác là hình chữ nhật thì tứ giác đó là hình vuông. |
| C. Hai mệnh đề trên tương đương. | D. Hình chữ nhật là điều kiện đủ để là hình vuông. |

Câu 6. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- | | |
|--|--|
| A. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 0$. | B. $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 = 2$. |
| C. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$. | D. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$. |

Câu 7. Cho $A = \{0; 2; 4; 6\}$. Khẳng định đúng là

- | | |
|-------------------|---------------------------|
| A. $3 \in A$. | B. $\{2; 4\} \subset A$. |
| C. $0 \notin A$. | D. $\{0; 1\} \subset A$. |

Câu 8. Tập $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x \leq 2\}$ bằng

- | | |
|----------------------------|---------------------|
| A. $\{-2; -1; 0; 1; 2\}$. | B. $\{-1; 0; 1\}$. |
| C. $\{-1; 0; 1; 2\}$. | D. $(-2; 2]$. |

Câu 9. Cho $A = (-2; 3]$, $B = [1; 5)$. Khi đó $A \cap B$ bằng

- | | |
|---------------|----------------|
| A. $[1; 3]$. | B. $(-2; 5)$. |
|---------------|----------------|

C. $(1; 3]$.D. $[1; 5)$.**Câu 10.** Cho $A = \{1; 2; 3\}$, $B = \{3; 4\}$. Tập $A \cup B$ làA. $\{3\}$.B. $\{1; 2; 4\}$.C. $\{1; 2; 3; 4\}$.D. $\{1; 2\}$.**Câu 11.** Cho $A = [-3; 2)$, $B = (0; 4]$. Tập $A \setminus B$ làA. $[-3; 0]$.B. $[-3; 0)$.C. $(2; 4]$.D. $[-3; 4]$.**Câu 12.** Một lớp có 42 học sinh. Có 25 học sinh thích bóng đá, 20 học sinh thích cầu lông và 8 học sinh thích cả hai. Số học sinh thích ít nhất một trong hai môn là

A. 37.

B. 45.

C. 33.

D. 42.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (2,0 điểm)*Mỗi ý a), b), c), d) chọn Đúng hoặc Sai. Mỗi ý đúng được 0,25 điểm.***Câu 1.** Cho P : “Tam giác ABC là tam giác đều”, Q : “Tam giác ABC là tam giác cân”.a) $P \Rightarrow Q$ là mệnh đề đúng.b) $Q \Rightarrow P$ là mệnh đề đúng.c) P là điều kiện đủ để có Q .d) $P \Leftrightarrow Q$ là mệnh đề đúng.**Câu 2.** Cho $A = [-2; 3)$ và $B = (1; 5]$.a) $A \cap B = (1; 3)$.b) $A \cup B = [-2; 5]$.c) $A \setminus B = [-2; 1]$.d) $B \setminus A = (3; 5]$.**PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (2,0 điểm)****Câu 1.** Cho $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$. Tập A có bao nhiêu phần tử?**Câu 2.** Có bao nhiêu số nguyên thuộc tập $[-3; 5) \cap (0; 7]$?**Câu 3.** Một nhóm có 50 học sinh, trong đó 31 em tham gia hoạt động A , 27 em tham gia hoạt động B , 14 em tham gia cả hai. Có bao nhiêu học sinh không tham gia hoạt động nào trong hai hoạt động trên?**Câu 4.** Với $n \in \mathbb{N}$, xét ba mệnh đề: P : “ n chia hết cho 12”; Q : “ n chia hết cho 6”; R : “ n chia hết cho 3”.Trong ba mệnh đề $P \Rightarrow Q$, $Q \Rightarrow R$, $R \Rightarrow P$, có bao nhiêu mệnh đề luôn đúng?

PHẦN IV. TỰ LUẬN (3,0 điểm)**Câu 1. (1,0 điểm)**

- a) Viết mệnh đề phủ định của: “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 2 > 0$ ”.
- b) Cho P : “ n chia hết cho 8”, Q : “ n chia hết cho 4”. Phát biểu $P \Rightarrow Q$, mệnh đề đảo và xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề.

Câu 2. (1,0 điểm) Cho $A = [-4; 2]$, $B = (-1; 5)$. Tìm $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.

Câu 3. (1,0 điểm) Một khối lớp có 80 học sinh. Có 48 học sinh tham gia Câu lạc bộ Thể thao, 37 học sinh tham gia Câu lạc bộ Nghệ thuật và 20 học sinh tham gia cả hai câu lạc bộ.

- a) Có bao nhiêu học sinh tham gia ít nhất một trong hai câu lạc bộ?
- b) Có bao nhiêu học sinh chỉ tham gia Câu lạc bộ Thể thao?
- c) Có bao nhiêu học sinh không tham gia câu lạc bộ nào trong hai câu lạc bộ trên?
- d) ----- HẾT -----

ĐỀ TỔNG ÔN SỐ 2 - CHƯƠNG I. MỆNH ĐỀ VÀ TẬP HỢP

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (3,0 điểm)

Trả lời từ Câu 1 đến Câu 12. Mỗi câu chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Câu nào sau đây không phải là mệnh đề?

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| A. 15 là hợp số. | B. Hình vuông là hình thoi. |
| C. Bạn đã làm bài tập chưa? | D. $2 + 5 = 7$ |

Câu 2. Mệnh đề phủ định của “ $7 \geq 3$ ” là

- | | |
|---------------|---------------|
| A. $7 \leq 3$ | B. $7 < 3$ |
| C. $7 > 3$ | D. $7 \neq 3$ |

Câu 3. Cho P : “ n chia hết cho 6”, Q : “ n chia hết cho 3”. Khẳng định đúng là

- | | |
|------------------------------------|-------------------------------------|
| A. Q là điều kiện đủ để có P . | B. P là điều kiện cần để có Q . |
| C. P là điều kiện đủ để có Q . | D. $P \Leftrightarrow Q$ |

Câu 4. Phủ định của mệnh đề “ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 2$ ” là

- | | |
|---|---|
| A. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 \neq 2$ | B. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 = 2$ |
| C. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 2$ | D. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \neq 2$ |

Câu 5. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- | | |
|--|---|
| A. Nếu một hình bình hành có một góc vuông thì hình bình hành đó là hình chữ nhật. | B. Nếu một tứ giác có hai đường chéo bằng nhau thì tứ giác đó là hình chữ nhật. |
| C. Mọi tam giác cân đều là tam giác đều. | D. Mọi số nguyên tố đều là số lẻ. |

Câu 6. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- | | |
|--|--|
| A. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 0$ | B. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 4 > 0$ |
| C. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$ | D. $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 = 3$ |

Câu 7. Cho $A = \{1; 3; 5; 7\}$. Khẳng định đúng là

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| A. $2 \in A$ | B. $\{1; 2\} \subset A$ |
| C. $\{3; 5\} \subset A$ | D. $7 \notin A$ |

Câu 8. Tập $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x < 2\}$ bằng

- | | |
|------------------------------|--------------------------|
| A. $\{-3; -2; -1; 0; 1\}$ | B. $\{-2; -1; 0; 1; 2\}$ |
| C. $\{-3; -2; -1; 0; 1; 2\}$ | D. $(-3; 2)$ |

Câu 9. Cho $A = (-3; 2]$, $B = [0; 5)$. Khi đó $A \cap B$ bằng

- | | |
|-------------|-------------|
| A. $(0; 2)$ | B. $(0; 2]$ |
|-------------|-------------|

C. $[0; 2)$ D. $[0; 2]$ **Câu 10.** Cho $A = \{0; 2; 4\}$, $B = \{2; 3; 4; 5\}$. Tập $A \cup B$ bằngA. $\{2; 4\}$ B. $\{0; 2; 3; 4; 5\}$ C. $\{0; 3; 5\}$ D. $\{0; 2; 4; 5\}$ **Câu 11.** Cho $A = [-2; 3]$, $B = (1; 5)$. Tập $A \setminus B$ bằngA. $[-2; 1)$ B. $(-2; 1]$ C. $[-2; 1]$ D. $(1; 3]$ **Câu 12.** Một lớp có 45 học sinh. Có 28 học sinh thích bóng đá, 22 học sinh thích cầu lông và 12 học sinh thích cả hai. Số học sinh thích ít nhất một trong hai môn là

A. 38

B. 40

C. 42

D. 45

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (2,0 điểm)*Mỗi ý a), b), c), d) chọn Đúng hoặc Sai. Mỗi ý đúng được 0,25 điểm.***Câu 1.** Cho $n \in \mathbb{N}$. Đặt P : “ n chia hết cho 9”, Q : “ n chia hết cho 3”. Xét các khẳng định:a) $P \Rightarrow Q$ là mệnh đề đúng.b) $Q \Rightarrow P$ là mệnh đề đúng.c) P là điều kiện đủ để có Q .d) $P \Leftrightarrow Q$ là mệnh đề đúng.**Câu 2.** Cho $A = [-1; 4)$ và $B = (2; 6]$. Xét các khẳng định:a) $A \cap B = (2; 4)$ b) $A \cup B = [-1; 6]$ c) $A \setminus B = [-1; 2)$ d) $B \setminus A = [4; 6]$ **PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (2,0 điểm)****Câu 1.** Cho $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$. Tập A có bao nhiêu phần tử?**Câu 2.** Có bao nhiêu số nguyên thuộc tập $[-2; 4) \cap (0; 6]$?**Câu 3.** Một nhóm có 60 học sinh, trong đó 36 em tham gia hoạt động A, 29 em tham gia hoạt động B và 15 em tham gia cả hai. Có bao nhiêu học sinh không tham gia hoạt động nào trong hai hoạt động trên?**Câu 4.** Với $n \in \mathbb{N}$, xét P : “ n chia hết cho 18”, Q : “ n chia hết cho 6”, R : “ n chia hết cho 3”. Trong ba mệnh đề $P \Rightarrow Q$, $Q \Rightarrow R$, $R \Rightarrow P$, có bao nhiêu mệnh đề luôn đúng?

PHẦN IV. TỰ LUẬN (3,0 điểm)**Câu 1. (1,0 điểm)**

- a) Viết mệnh đề phủ định và xét tính đúng sai của mệnh đề “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$ ”.
- b) Với $n \in \mathbb{N}$, đặt P : “ n chia hết cho 15”, Q : “ n chia hết cho 5”. Phát biểu $P \Rightarrow Q$ và mệnh đề đảo; xét tính đúng sai.

Câu 2. (1,0 điểm) Cho $A = [-3; 2)$, $B = (0; 5]$. Tìm $A \cap B, A \cup B, A \setminus B, B \setminus A$.

Câu 3. (1,0 điểm) Một khối lớp có 70 học sinh. Có 42 học sinh tham gia Câu lạc bộ Thể thao, 35 học sinh tham gia Câu lạc bộ Nghệ thuật và 17 học sinh tham gia cả hai câu lạc bộ.

- a) Có bao nhiêu học sinh tham gia ít nhất một trong hai câu lạc bộ?
- b) Có bao nhiêu học sinh chỉ tham gia Câu lạc bộ Thể thao?
- c) Có bao nhiêu học sinh không tham gia câu lạc bộ nào trong hai câu lạc bộ trên?

----- HẾT -----